MATEMATICA 4° B Y C   Prof: Mariela Rauch

Secuencia Didáctica 10/08 – 04/09

Entrega del Trabajo Práctico N°5: 31 DE AGOSTO

Estimados estudiantes, les propongo para el período de tiempo del 10/08 al 04/09 tomemos como guía la siguiente secuencia didáctica.

El objetivo de esta es que puedan aprovechar cada actividad propuesta, realizar sus consultas y evacuar dudas respecto del tema. No es conveniente que se salteen actividades, yendo por ejemplo directamente a la resolución de la ejercitación.

<table>
<tr><th>Período</th><th>Actividades</th></tr>
<tr><td>10/08 al 16/08</td><td>En esta primera semana les pido que:
✓ Lean y estudien el tema ecuaciones cuadráticas incompletas que se encuentra en la primera semana
✓ Analicen los ejemplos
✓ Vean los siguientes videos
https://www.youtube.com/watch?v=7jVEhhZ6Khg
https://www.youtube.com/watch?v=UcUBxM-foys

✓ Realicen el ejercicio 1
✓ Escriban sus Consultas vía mail el jueves 13/08 de 9 a 11 hs.
Las consultas que realicen ese jueves vía mail en el horario indicado, las estaré respondiendo de manera inmediata. Dichas consultas no son obligatorias, pero serán tenidas en cuenta al momento de realizar la valoración de los trabajos. No daré lugar a los “no lo entendí” o “no lo hice porque no lo entendí” cuando tenga registro de que no he recibido consulta alguna de parte del alumno/a.
Consideren que cualquier día también pueden hacer consultas vía mail, pero que las mismas no siempre serán respondidas en forma inmediata</td></tr>
<tr><td>17/08 al 23/08</td><td>En esta segunda semana de la secuencia, les recomiendo que:
✓ Lean y analicen el tema de ecuación completa de segundo grado que se encuentra en la segunda semana
✓ Observen los ejemplos
✓ Vean el video
https://www.youtube.com/watch?v=lGhjsc8lEKY

✓ Realicen el ejercicio 2
✓ Consultas por Meet el jueves 20/08 4B a las 9 hs. y 4C a las 10 hs.
(el enlace se los enviare a través del preceptor/a)
Dichas consultas no son obligatorias, pero serán tenidas en cuenta al momento de realizar la valoración de los trabajos. No daré lugar a los “no lo entendí” o “no lo hice porque no lo entendí” cuando tenga registro de que no he recibido consulta alguna de parte del alumno/a.
Consideren que cualquier día también pueden hacer consultas vía mail, pero que las mismas no siempre serán respondidas en forma inmediata</td></tr>
<tr><td>24/08 al 30/08</td><td>En esta tercera semana les sugiero que:
✓ Lean y comprendan como se realiza el grafico de una función cuadrática.
✓ Desarrollen los ejemplos
✓ Observen el video:
https://www.youtube.com/watch?v=T0fa_-trlN4

✓ Realicen el ejercicio 3</td></tr>
</table>

	✓ **Consulta por Meet el jueves 27/08. 4B a las 9 hs. y 4C a las 10 hs.** (el enlace se los enviare a través del preceptor/a) Dichas consultas no son obligatorias, pero serán tenidas en cuenta al momento de realizar la valoración de los trabajos. No daré lugar a los "no lo entendí" o "no lo hice porque no lo entendí" cuando tenga registro de que no he recibido consulta alguna de parte del alumno/a. Consideren que cualquier día también pueden hacer consultas vía mail, pero que las mismas no siempre serán respondidas en forma inmediata
31/08 al 04/09	✓ **31 de agosto entrega del Trabajo Práctico N°5** **Formato de Entrega del Trabajo Práctico N°5:** Deben entregar la Resolución de los Ejercicios. Pueden sacar fotos de los ejercicios y enviarlas. Procuren que las fotos tengan la mejor resolución posible para que puedan observarse los símbolos y números claramente. Para que al enviarlas no ocupe demasiado espacio, pueden combinar todas las fotos en un solo documento pdf. Importante: Envíen todo en lo posible en 1 (un) solo mail a mi casilla de correo electrónico **marielarauch@gmail.com** En el Asunto por favor escriban: **TP5 – Matemática – Curso y División – Apellido y Nombre**, por ejemplo: TP4 – Matemática – 4C– Pérez Gonzalo. ✓ Les estaré realizando la devolución del Trabajo Práctico y la Valoración del mismo. Junto con la corrección de los trabajos prácticos, cada uno de ustedes recibirá la Valoración del Trabajo (ver cuadro en la siguiente página). Si se solicita la corrección o la reentrega del trabajo práctico, la Valoración se las enviaré después de que envíen la corrección

VALORACION DE LOS TRABAJOS PRACTICOS

ELEMENTOS	D DESEABLE	M MEJORABLE	D DEFICIENTE
1 Lectura de la teoría y observación de videos	Ve los videos y o consulta	no consulta y entrega diciendo no entendí	no ve la teoría y no consulta
2 Ejercitación	Resuelve los ejercicios en la forma esperada	No resuelve los ejercicios en la forma esperada o en forma incompleta. Se solicita reentrega	No resuelve los ejercicios y no entrega
3 Presentación de los trabajos	Entrega el trabajo en forma ordenada y prolija	Entrega el trabajo en forma desprolija	No entrega
4 Tiempo de entrega del trabajo	Entrega en fecha	No entrega en fecha	No entrega

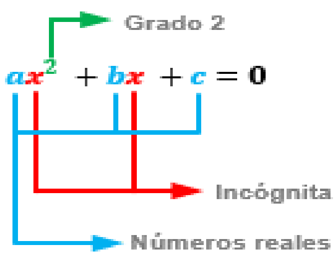
MATEMATICA

Cursos: 4° B y C **Prof: Mariela Rauch**

TRABAJO PRACTICO N° 5

PRIMER SEMANA

ECUACIÓN CUADRÁTICA



Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** o de **segundo grado** es toda ecuación en la cual, una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2.

Así, $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación de segundo grado. En esta ecuación, la “x” es la variable o incógnita y las letras a, b y c son los coeficientes, los cuales pueden tener cualquier valor, excepto que a = 0.

Toda ecuación cuadrática tiene dos raíces.

ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ que tienen un término x^2, un término x y un término independiente de x. Así, $2x^2 + 5x + 3 = 0$ es una ecuación cuadrática completa.

ECUACIONES CUADRÁTICAS INCOMPLETAS

Por tanto, tenemos 3 tipos de ecuaciones incompletas:

$\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$
$\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$
$\boldsymbol{ax^2 = 0}$

Cada uno de estos tipos se resuelve de una forma distinta.

Primer tipo: Si la ecuación es de la forma

$$\boldsymbol{ax^2 + c = 0} \; ; \quad a, c \neq 0$$

despejamos la *x* pasando el término *c* y el coeficiente *a* al lado derecho:

$$ax^2 + c = 0 \;\rightarrow$$

$$ax^2 = -c \;\rightarrow$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

Haciendo la raíz cuadrada, obtenemos las **dos raíces**:

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Pero es necesario que el radicando (interior de la raíz) sea no negativo. Si no es así, no existen soluciones (reales).

EJEMPLOS:

a) $x^2 - 25 = 0$
Para tal ecuación primero despejamos el término cuadrático, es decir,

$x^2 = 25$,

ahora, sacamos raíz cuadrada de ambos lados

$x = \pm\sqrt{25}$,

así, obtenemos que las soluciones son:

$x_1 = +5 \qquad x_2 = -5$.

b) $2x^2 + 8 = 0$
Para tal ecuación primero despejamos el término cuadrático, es decir,

$$x^2 = \frac{-8}{2}$$

luego,

$x^2 = -4$

ahora sacamos raíz cuadrada de ambos lados

$x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$, (significa que $\sqrt{-4}$ no es un número real)

pero la raíz cuadrada de un número negativo en los números reales no existe, entonces la ecuación no tiene raíces reales.

c) $4x^2 - 16 = 0$
Despejar el término cuadrático, para obtener

$x^2 = 4$,

sacamos la raíz cuadrada de ambos lados,

$x = \pm\sqrt{4}$,

y obtenemos que las soluciones son:

$x_1 = +2 \qquad x_2 = -2$.

d) $4x^2 + 2 = 0$
Solución

$4x^2 + 2 = 0$
Despejar el término cuadrático, para obtener

$$x^2 = \frac{-1}{2},$$

sacamos la raíz cuadrada de ambos lados,

$$x = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R},$$

pero la raíz cuadrada de un número negativo en los números reales no existe, entonces la ecuación no tiene raíces reales.

https://www.youtube.com/watch?v=7jVEhhZ6Khg

Segundo tipo: Si la ecuación es de la forma
$$\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$$

Extraemos factor común de *x:*

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow$$

$$x(ax + b) = 0$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación son

$$x(ax + b) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases}$$

Es decir, $x = 0$ y $x = -b/a$.

EJEMPLOS:

a) $x^2 - 5x = 0$
Para tal ecuación sacamos el factor común que es *x,* es decir,

$$x(x - 5) = 0,$$

como tenemos un producto igualado a cero, sucede que, o un factor es cero o el otro factor es cero o ambos son cero, así tenemos que,

$$\begin{array}{c} x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{array},$$

por lo tanto, las soluciones para la ecuación dada son 0 y 5

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 5$.

b) $2x^2 - 6x = 0$
Para tal ecuación sacamos el factor común que es *2x,* esto es,

$2x(x-3) = 0$,

como tenemos un producto igualado a cero, sucede que, o un factor es cero o el otro factor es cero o ambos son cero, así tenemos que,

$$\begin{aligned} 2x &= 0 \\ x - 3 &= 0 \end{aligned}$$,

por lo tanto, las soluciones para la ecuación dada son:

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 3$.

c) $12x^2 - 3x = 0$

Simplificamos la ecuación dividiendo por *3,* obteniendo

$4x^2 - x = 0$,

sacamos el factor común *x*,

$x(4x-1) = 0$,

como tenemos un producto igualado a cero, o un factor es cero o el otro factor es cero o ambos son cero

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ 4x - 1 &= 0, \end{aligned}$$

entonces, las soluciones son:

$x_1 = 0 \qquad x_2 = \frac{1}{4}.$

d) $6x^2 + 3x = 0$

Sacamos factor común *3x*,

$3x(2x+1) = 0$,

como tenemos un producto igualado a cero, sucede que, o un factor es cero o el otro factor es cero o ambos son cero, así tenemos que,

$$3x = 0$$
$$2x + 1 = 0,$$

entonces, las soluciones son:

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -\frac{1}{2}.$$

https://www.youtube.com/watch?v=UcUBxM-foys

Tercer tipo: Si la ecuación es de la forma

$$\boldsymbol{ax^2 = 0} \quad ; \qquad a \neq 0$$

Sólo hay una solución y es *x = 0.* Esto se debe a que el producto $a \cdot x^2$ es 0 sólo cuando $x = 0$ porque $a \neq 0$.

Resolvemos la ecuación

$$2x^2 = 0$$

El coeficiente 2 de la incógnita pasa al otro lado dividiendo

$$x^2 = 0 : 2$$
$$x^2 = 0$$

Las soluciones de la ecuación son los números cuyo cuadrado es 0. El único número que cumple esto es el 0.

Por tanto, la ecuación tiene una única solución: x=0

EJERCICIO 1- Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones. En algunas primero debes realizar operaciones.

a) $x^2 - 4 = 0$ **b)** $1 - 3x.(1 - x) = 1$ **c)** $2x^2 + 1 = x^2 + 2$

d) $x^2 + 4x = 0$ **e)** $x - (-3 - 3x) = 2x^2 - (-x - 3)$

f) $x.(5 - 2x) + 6 + x = 3.(-\frac{8}{3} + 2x + 2)$

g) $x.(1 + x) - \frac{1}{2}(x - 2) = 10 + \frac{1}{2}x$ **h)** $1 - 4(x^2 - x) = (2x - 1)(x - 1)$

SEGUNDA SEMANA

ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Las ecuaciones de segundo grado completas o ecuaciones cuadráticas son las que se representan de la siguiente forma:

$$ax^2+bx+c=0$$

Donde a, b y c son las **constantes** de la ecuación:

- **a** es el número que va siempre delante de x al cuadrado.
- **b** es el número que va siempre delante de la x.
- **c** es el número.

Identificación de constantes en la ecuación de segundo grado.

El primer paso para resolver ecuaciones de segundo grado completas es identificar las constantes correctamente. Como hemos dicho antes, las constantes son los números que van delante de x al cuadrado, x y el término que no lleva x.

Vamos a verlo en un ejemplo:

$$x^2+5x+4=0 \quad \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=4 \end{cases}$$

En este caso, delante de x al cuadrado, no hay nada, por tanto a = 1

Fórmula general de ecuaciones de segundo grado completas.

Una vez identificadas las constantes, para resolver las ecuaciones de segundo grado completas hay que aplicar la siguiente fórmula, llamada **formula de Bascara**

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}}$$

Vamos a ver como se utiliza, resolviendo los ejemplos anteriores:

Tenemos la primera ecuación de segundo grado, en la que hemos identificado las constantes:

$$x^2+5x+4=0 \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=4 \end{cases}$$

Ahora, tenemos que sustituir el valor de cada constate en la fórmula general:

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4.1.4}}{2.1}$$

Y ahora operamos, dentro de la raíz, teniendo en cuenta la **jerarquía de operaciones**:

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-5\pm 3}{2}$$

Llegados a este punto, tenemos que resolver por un lado el signo + y por el otro el signo – :

$$x_1=\frac{-5+3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$x_2=\frac{-5-3}{2}=\frac{-8}{2}=-4$$

Luego las dos soluciones sería -1 y -4. Si tuviéramos el caso de que las fracciones no fueran exactas, habría que **simplificarlas**.

Mucho cuidado con los signos – de las constantes. Es una de las causas de que no llegar al resultado correcto.

Existen casos particulares donde el resultado de la raíz es negativo, o que sus soluciones no son exactas o bien el resultado de la raíz no es exacto.

Ecuaciones de segundo grado con soluciones en forma de raíz

Las **soluciones de una ecuación de segundo grado** no tienen por qué ser dos números enteros distintos. En algunos casos, pueden tener una solución doble o no tener dos soluciones reales.

Y ahora, vamos a ver cómo pueden ser las soluciones de una ecuación de segundo grado.

Nos encontramos con este caso **cuando la raíz no tiene una solución entera**. Como norma general, **se dejará en forma de raíz** para no tener que operar con decimales, aunque si estamos resolviendo un problema o tenemos que graficar y se necesita el resultado exacto, no tendremos más remedio que resolver la raíz cuadrada con la calculadora

Por ejemplo, tenemos la siguiente ecuación de segundo grado:

$$x^2 + 5x + 5 = 0$$

El primer paso es **resolver la ecuación de segundo grado** mediante la fórmula general:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.5}}{2.1}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 20}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Llegados a este punto, vemos que la raíz de 5 no tiene solución exacta. Por tanto, matemáticamente, se deja en forma de raíz:

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}$$
$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{5}}{2}$$

Ecuaciones de segundo grado con solución doble

Cuando estamos resolviendo una ecuación de segundo grado y el **resultado de la raíz o el discriminante es 0**, se dice que tenemos **una solución doble,** ya que vamos a tener **la misma solución repetida 2 veces**. Veamos cómo actuar en este caso:

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

Como a priori no sabemos cómo van a ser las soluciones, resolvemos ecuación

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$$

Al llegar a esta parte de la resolución, vemos el resultado de la raíz es 0.**Un grave error es dejar solamente 1 solución**. Lo que se hace en estos casos es **trabajar con el 0:**

$$x_1 = \frac{-4+0}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$
$$x_2 = \frac{-4-0}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Se resuelve siguiendo el procedimiento habitual, aunque parezca obvio sumar y restar 0, pero es una buena forma de llegar a las **2 soluciones**.

Ecuaciones de segundo grado sin solución real

Nos encontramos con este caso cuando en la fórmula general, **el resultado de la raíz es negativo.**
Vamos a verlo con un ejemplo:

$$2x^2+x+1=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.2.1}}{2.2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{4} = \text{No tiene solución real}$$

Es decir, en cuanto vemos la raíz con un contenido negativo, directamente indicamos que no tiene solución real y ya está. Es importante no olvidad la palabra **real,** porque si se indica simplemente «no tiene solución», no estará correcto, ya que sí que tiene solución, pero no en el conjunto de los números reales.

Miren el siguiente video
https://www.youtube.com/watch?v=IGhjsc8lEKY

EJERCICIO 2- Hallar la solución de las siguientes ecuaciones cuadráticas (recuerda que para poder aplicar la fórmula de Bascara, siempre la ecuaciones tiene que estar igualada a cero)

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $2x^2 - 7x + 3 = 0$
c) $-x^2 + 7x - 10 = 0$
d) $x^2 - 2x + 1 = 0$
e) $x^2 + x + 1 = 0$
f) $7x^2 + 21x - 28 = 0$
g) $2x - 3 = 1 - 2x + x^2$
h) $x^2 + (7 - x)^2 = 25$

TERCER SEMANA

FUNCION CUADRÁTICA

Una **función cuadrática** (o función de segundo grado) es una función polinómica de **grado 2**, es decir, el mayor exponente del polinomio es *x* elevado a 2 (x^2).

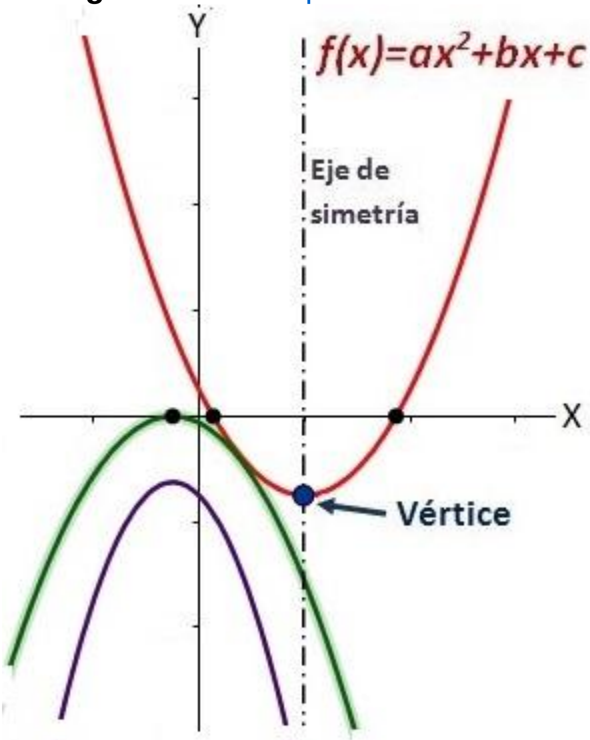
Su forma estándar es:

$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$$

$$\text{siendo } a \neq 0$$

Son *a*, *b* y *c* escalares, valores constantes o denominados, que también se denominan los **coeficientes de la función**.

Su **representación gráfica** es una parábola.



Existen dos elementos fundamentales en la parábola que definen como es esta:

1. El **eje de simetría**, que es una recta vertical que parte la parábola en dos ramas iguales.
2. El **vértice**: es el punto de intersección de la parábola con el eje de simetría.

V (x_v, y_v)

$$x_v = \frac{-b}{2.a} \qquad y_v = f(x_v)$$

Si el escalar $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba y el **vértice es el mínimo de la función**. En cambio, si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo y el vértice es el **máximo de la función**.

Cuanto mayor sea el valor absoluto de a, $|a|$, más juntas estarán las ramas de la parábola.

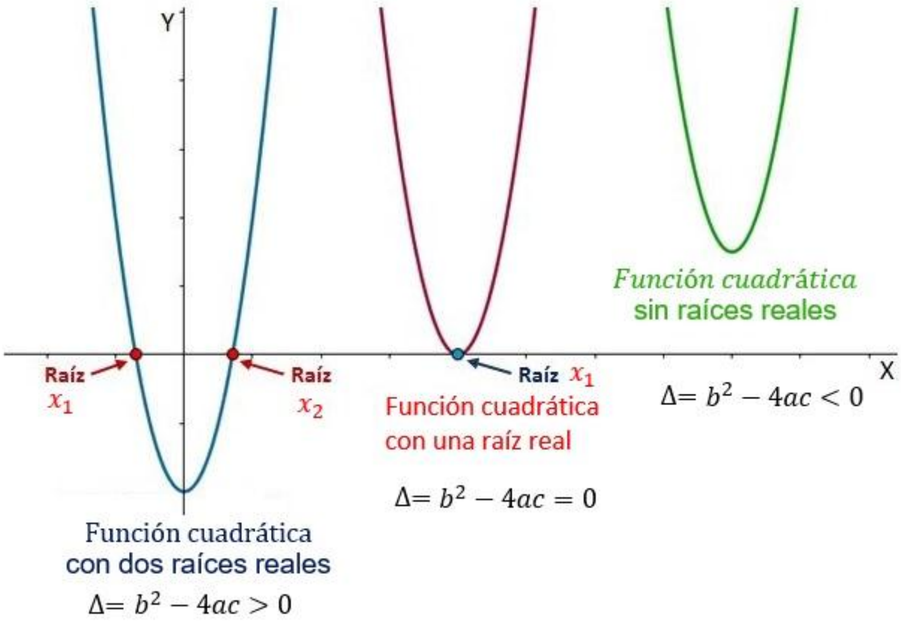
Una función cuadrática puede tener dos **raíces reales**, una o ninguna raíz real (en este caso serán dos raíces imaginarias). Las raíces de una función son los elementos del dominio tal que su imagen es nula ($f(x) = 0$). Dicho de otra manera, las raíces son los puntos donde la gráfica de la función corta el eje x.

Una **ecuación cuadrática o de segundo orden** es cuando la función cuadrática se iguala a cero: $f(x) = y = 0$. Tiene la forma:

$$0 = ax^2 + bx + c$$

La fórmula para el cálculo de las raíces de una ecuación cuadrática es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Ejemplo: Dada la función cuadrática $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$:

a) Las coordenadas de su vértice
b) Hallar la ecuación de su eje de simetría.
c) Comprobar si la gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo.
d) El punto de corte con el eje *y*.
e) Las raíces reales de la función (si las tuviere).

Solución:

a) Aplicamos la fórmula de las coordenadas del vértice

$$\boldsymbol{x_v} = \frac{\boldsymbol{-b}}{\boldsymbol{2.a}} = \frac{-(-4)}{2.(-2)} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$\boldsymbol{y_v} = \mathrm{f}(-1) = -2.(-1)^2 - 4.(-1) + 6 = -2.1 + 4 + 6 = -2 + 4 + 6 = 8$$

V (-1, 8)

b) Ahora las fórmulas de eje de simetría: x $= x_v =$ -1

c) Como el parámetro *a* es negativo (es menor que 0), entonces la gráfica se abre hacia abajo y el vértice es un máximo de la función.

d) El punto de corte o intersección con el eje *y* se obtiene cuando *x* = 0:

$$y = -2x^2 - 4x + 6$$

$$y = -2(0)^2 - 4 \cdot 0 + 6 = 6$$

$$(0, 6)$$

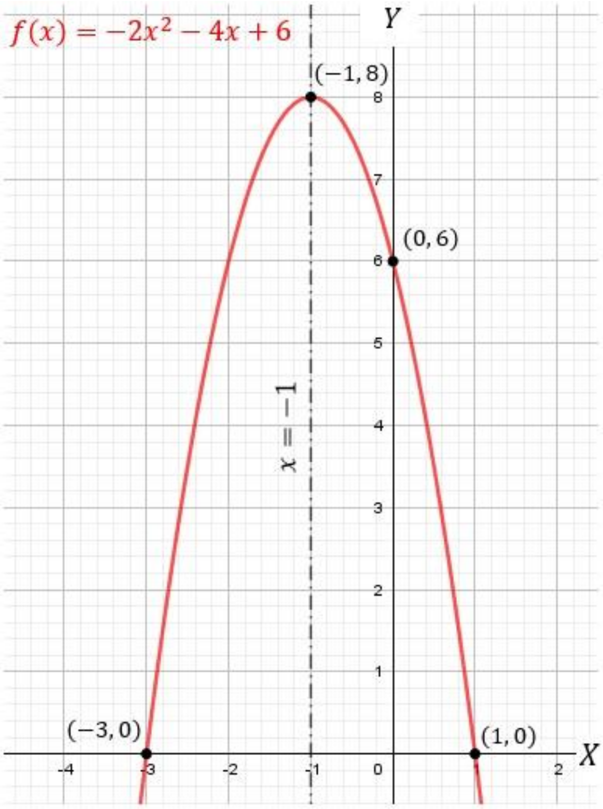
e) Calculemos las raíces

x=$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4.(-2).6}}{2.(-2)}=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{-4}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{-4}=\frac{4\pm8}{-4}$

$$x_1=\frac{4+8}{-4}=\frac{12}{-4}=-3$$

$$x_2=\frac{4-8}{-4}=\frac{-4}{-4}=1$$

Y las raíces son -3 y 1.



Antes de resolver los ejercicios observa el siguiente video

https://www.youtube.com/watch?v=T0fa_-trIN4

EJERCICIO 3- Realiza el grafico de las siguientes funciones cuadráticas:

a) f (x) =$x^2 - 2x$ -3
b) f (x) = - $x^2 + 2x$ +8
c) f (x) =$x^2 - 4$
d) f (x) =$x^2 + 2x$ -3
e) f (x) =$x^2 - x - 2$
f) f (x) =$x^2 + 4x$ +4