

Seminario Universitario. Material para estudiantes

Física

Unidad 4. Cinemática

Lic. Fabiana Prodanoff

CONTENIDO

Modelización de fenómenos físicos relativos al movimiento de objetos. Modelo de partícula. Sistema de referencia y de coordenada. Trayectoria. Desplazamiento. Velocidad. Aceleración. Análisis de graficas.

MOVIMIENTO

Todo en el Universo está continuamente en movimiento. Aquí estudiaremos cuerpos que se mueven por efecto de algún tipo de interacción que han experimentado, pero por ahora no nos ocuparemos de esa interacción, sino de describir el movimiento del cuerpo por efecto de esa interacción.

Es decir, nos ocuparemos de cuerpos inertes. Son cuerpos que por sí solo no pueden hacerse nada. Necesitan alguna interacción para moverse.

Ahora bien. ¿Qué significa que algo se mueva?

Analicemos la siguiente situación: Cuando un tren pasa por una estación, decimos que el tren está en movimiento; sin embargo, un pasajero de ese tren puede decir que la estación se halla en movimiento en sentido contrario a la del tren. Entonces ¿Quién se mueve?, ¿el tren, o la estación?

Un objeto se halla en movimiento cuando un punto cualquiera de ese objeto cambia de posición. ¿Cómo se sabe que un objeto cambia de posición?

Para saber que un objeto cambia de posición es necesario fijar:

- Un sistema de referencia, definido como un conjunto de objetos que están en reposo respecto de un observador. La persona que está en el andén observa desde un sistema de referencia para el cual, ella, el piso, los árboles, etc. están fijos. En cambio para la persona que

viaja en el tren, observa desde un sistema de referencia en el cual los asientos del tren, el piso del tren, las paredes del tren, etc. están fijos.

El concepto de movimiento es un concepto relativo; para un sistema de referencia dado un cuerpo puede hallarse en reposo, para otro puede hallarse en movimiento. O sea que un cuerpo se halle en reposo o en movimiento depende del sistema de referencia elegido.

- Un sistema de coordenadas, por ejemplo cartesiano ortogonal, que permita determinar la posición de un objeto en el espacio y si cambia con el tiempo asociado a un dado sistema de referencia.

Para nuestro análisis trabajaremos en el modelo de partícula. Es decir que nuestro cuerpo inerte que se mueve se puede describir localizando un sólo punto en un sistema de coordenadas.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS



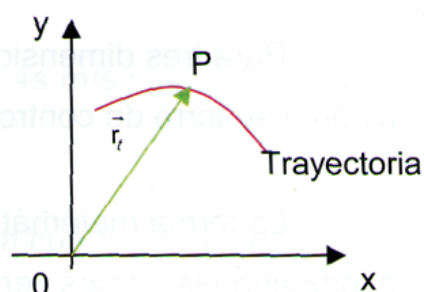
Situaciones Problemáticas

- 1) Sentada en el andén de la estación Retiro veo pasar el tren en el cual mi amiga se dirige a la ciudad Nazaret. Mi amiga que viaja en ese tren afirma que soy yo que me estoy alejando. ¿Quién tiene razón?
- 2) Un espía viaja sin boleto en el tercer vagón del Expreso a Kamtchatka. Al pasar por Katmandú nota que se acerca peligrosamente el guarda desde el segundo vagón. Mientras tanto un agente secreto examina cuidadosamente el paso del tren desde un andén de la estación de Katmandú tratando de reconocer a cada uno de los pasajeros.
 - a) ¿En qué sentido se mueve el guarda según el espía? ¿Y según el agente?
 - b) ¿Se mueve el agente respecto al espía? ¿Y el espía respecto al agente?
 - c) ¿Qué conclusión se puede extraer del análisis global de la situación?
- 3) Un mochilero que viaja en tren durante la noche, se despierta repentinamente. Las persianas del vagón están completamente cerradas. Al encender su linterna ve sobre una mesita un vaso con agua y parte de un cubito de hielo.
 - a) ¿Podría sin abrir las persianas determinar si el tren está detenido en una estación ($v = 0$ respecto de la Tierra) o si está viajando entre estaciones ($v \neq 0$ respecto de la Tierra)?
 - b) ¿Podría determinar si el tren está llegando o saliendo de una estación?

POSICIÓN. DESPLAZAMIENTO

Consideremos un dado sistema de referencia respecto al cual el piso donde esta nuestro cuerpo se halla quieto. Para ubicarlo en el espacio al cuerpo necesitaremos un sistema de coordenadas y un reloj que nos indique como cambia su posición con el tiempo.

Así, al iniciarse el movimiento de un cuerpo, hablaremos de la posición inicial que corresponde al instante inicial en que comenzamos el registro del tiempo (t_0) e indicando que se encuentra se encuentra en “tal o cual” posición con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante de tiempo t .

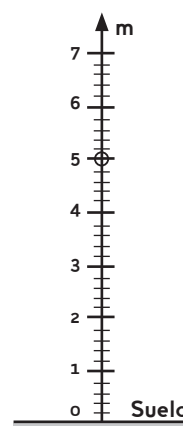


La trayectoria es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente el cuerpo a medida que transcurre el tiempo. Si la trayectoria que describe es recta, el movimiento es rectilíneo; en cambio, cuando describe una curva, el movimiento es curvilíneo (circular, parabólico, elíptico, etc.).

En su trayectoria el cuerpo va ocupando distintos puntos del espacio, a la ubicación del móvil en un determinado instante se da el nombre de posición instantánea. La posición podrá indicarse teniendo en cuenta un sistema de coordenadas adecuado a la situación.

A MODO DE EJEMPLO

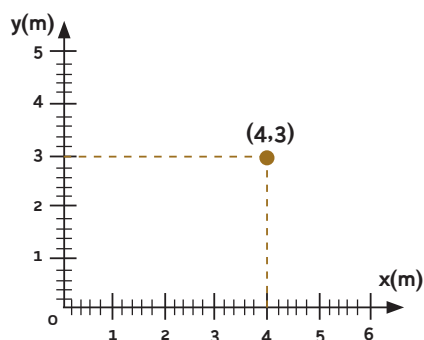
1) **Una piedra que cae:** El movimiento es rectilíneo, se produce en una dimensión, por lo tanto basta indicar una sola coordenada con respecto al origen del sistema de coordenadas elegido. Por simplicidad se lo puede ubicar en el suelo, vertical con sentido positivo ascendente cuyo origen de coordenadas este en el piso y se establece su longitud con una cierta unidad para indicar la posición de la piedra en un dado instante.



$$\vec{r} = 5 \text{ m}\hat{i}$$

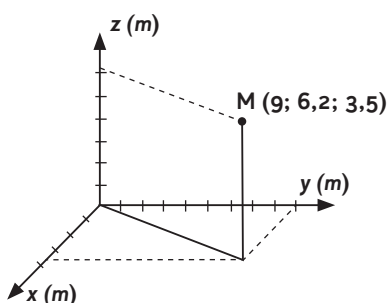
2) **Una bola de billar que se mueve sobre una mesa:** El movimiento de la bola es rectilíneo en el plano por ello es necesario establecer dos coordenadas

para dar su posición en un instante dado con respecto al sistema de coordenadas elegido. Se puede elegir un sistema de coordenadas rectangular, con origen en una de las esquinas de la mesa, con sentido positivo hacia arriba y hacia la derecha..



$$\vec{r} = 4 m\hat{i} + 3m\hat{j}$$

3) **Una mosca volando:** El movimiento de la mosca se produce en el espacio, por ello para dar su posición en un instante dado se deben indicar tres coordenadas.



$$\vec{r} = 9 m\hat{i} + 6,2 m\hat{j} + 3,5 m\hat{k}$$

La posición que ubica el cuerpo es una magnitud vectorial, como puede verse de los ejemplos anteriores.

El camino recorrido o distancia recorrida está dado por la longitud de la trayectoria descrita por la partícula y es una magnitud escalar.

RETOMAMOS LOS EJEMPLOS

1) Una piedra que cae: Suponiendo que se deja caer desde $\vec{r} = 5 \text{ m}\hat{i}$, el camino recorrido será 5 m.

2) Una bola de billar que se mueve sobre una mesa: Si la bola llega a la tobera que se encuentra en el origen de coordenadas, utilizando el teorema de Pitágoras se puede calcular el camino recorrido.

$$d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$$

3) Una mosca volando: Suponiendo que parte del punto indicado y describe una circunferencia "perfecta" volviendo al punto de partida, el camino recorrido sería el perímetro de dicha circunferencia.

$$r = \sqrt{9^2 + 6,2^2 + 3,5^2} = 11,47 \text{ m}$$

El camino recorrido será: $d = 2 \pi r = 72,1 \text{ m}$

El desplazamiento es un vector determinado por las posiciones inicial y final de la partícula respecto a un sistema de coordenadas.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_{final} - \vec{r}_{inicial}$$

El vector desplazamiento no tiene porqué coincidir con la trayectoria, ni su módulo ser el camino recorrido.

El vector desplazamiento no depende del origen del sistema de coordenadas

A MODO DE EJEMPLO

• Enunciado

Un potrillo que se encuentra en un instante a 5m al Este de un árbol (donde ubicaremos el origen de nuestro sistema de coordenadas) y a 7m hacia el Norte, pero dos minutos más tarde está ubicado a 3m al Oeste y 1m al Norte de ese mismo árbol. Escribí los vectores posición y el vector desplazamiento del potrillo correspondiente a esos dos minutos y representá en un esquema.

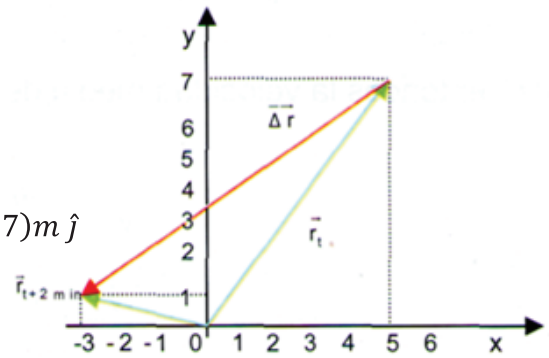
• Resolución

$$\vec{r}_{final} = -3 m \hat{i} + 1 m \hat{j}$$

$$\vec{r}_{inicial} = 5 m \hat{i} + 7 m \hat{j}$$

$$\Delta\vec{r} = (-3 - 5) m \hat{i} + (1 - 7) m \hat{j}$$

$$\Delta\vec{r} = -8 m \hat{i} + (-6) m \hat{j}$$



El vector $\Delta\vec{r}$ es un vector que une en línea recta la posición inicial con la final. Eso no significa que el objeto realmente se haya movido así. Nos da idea de la separación neta entre ambas posiciones.

Cualquiera sea la trayectoria recorrida entre ambas posiciones, el vector desplazamiento entre ellas es siempre el mismo.

SITUACIONES
PROBLEMÁTICAS



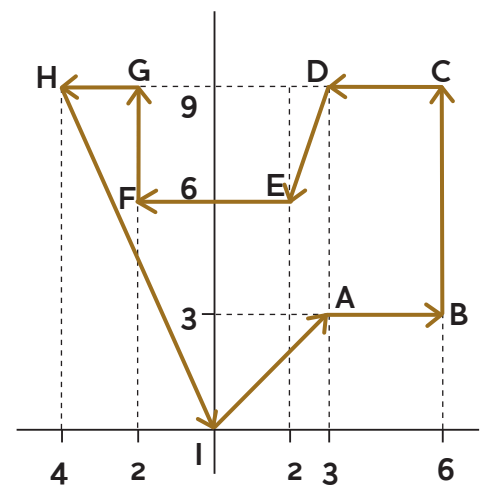
Situación Problemática

4) En el juego del Pac-man, un bichito corre tras la víctima siguiendo la trayectoria de la figura, partiendo de I. Primero logra comer (en B) unas gindas, después unas frutillas (en C), una manzana (en G) y luego (en I) se come al fantasma.

a) ¿Cuál es el desplazamiento del bichito entre I y B, entre B y C, entre C y G y entre G e I? ¿Cuál es el desplazamiento entre la posición inicial y la final?

b) ¿En alguno de los desplazamientos anteriores coincide éste con la trayectoria?

c) ¿Cambiarían los resultados anteriores si el origen de coordenadas estuviese en el punto A?



VELOCIDAD MEDIA E INSTANTÁNEA

Se define la velocidad media del móvil, como el cociente entre el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y el intervalo del tiempo Δt

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Dada la forma en que se define la velocidad media tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento. Su dimensión en el S.I. es m/s.

¿Cuál será entonces la velocidad media del potrillo de la situación anterior en el intervalo de los dos minutos?

$$V_m = \frac{-8\hat{m} + (-6)m\hat{j}}{2\text{ s}} = -4\frac{m}{s}\hat{i} - 3\frac{m}{s}\hat{j}$$

La velocidad media no es gran información sobre el movimiento. Sólo nos indica algo imaginario, que si el móvil hubiera ido en línea recta en ese intervalo, desde una posición hasta la otra siempre a esa velocidad, habría llegado en el tiempo real. Pero si la posición inicial y final coinciden en una trayectoria que puede ser muy grande pero en la que el objeto móvil vuelva al punto de partida, nos daría una velocidad media nula.

RETOMAMOS LOS EJEMPLOS

• Enunciado

Una partícula se halla en la posición $X_1 = 18\text{ m}$ cuando $t_1 = 2\text{ s}$ y $X_2 = 3\text{ m}$ cuando $t_2 = 72\text{ s}$ respecto a un sistema de ejes ortogonales, donde uno de los ejes coincide con la dirección de movimiento de la partícula. Hallá el desplazamiento y la velocidad media en este intervalo de tiempo.

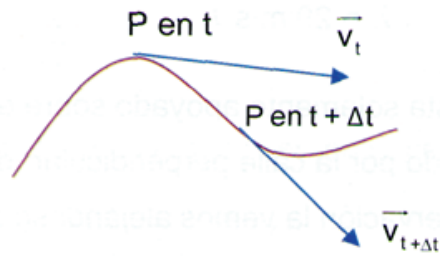
• Resolución

$$\Delta\vec{r} = (3 - 18)\text{ m}\hat{i} = -15\text{ m}\hat{i}$$

$$\Delta t = (72 - 2)\text{ s} = 70\text{ s}$$

$$V_m = \frac{-15\text{ m}\hat{i}}{70\text{ s}} = -0,2\frac{m}{s}\hat{i}$$

Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, es decir, tiende a cero, la velocidad media tiende a la velocidad instantánea, la velocidad en un instante dado cuya dirección ahora es tangente a la trayectoria de la partícula en ese punto. El módulo está dado por la pendiente de la tangente a la curva $x-t$ en ese tiempo.



El movimiento variado es aquél cuya velocidad varía con el tiempo. Para describir el cambio de la velocidad en

el tiempo se define una nueva magnitud: la aceleración. El cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo del tiempo en el que se produce esa variación define la aceleración media.

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Su dimensión en el S.I. es m/s^2 .

La aceleración es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido puede o no coincidir con la de la velocidad. El vector aceleración tiene la dirección del vector cambio de velocidad.

A MODO DE EJEMPLO

• Enunciado

Por el punto M, de coordenadas (4m; 6m) pasa rápidamente un gato con una velocidad de (-15m/s; 20 m/s). Cinco segundos después, pasa por el punto N, de coordenadas (12m; 9m) con una velocidad de (10 m/s; 10 m/s). a) Representa en un sistema de ejes todos los vectores, b) Hallá el vector variación de velocidad del gato, el vector aceleración media y sus módulos.

• Resolución

$$\Delta V = (10 - (-15)) \frac{m}{s} \hat{i} + (10 - 20) \frac{m}{s} \hat{j}$$

$$\Delta V = 25 \frac{m}{s} \hat{i} - 10 \frac{m}{s} \hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{25 \frac{m}{s} \hat{i} - 10 \frac{m}{s} \hat{j}}{5 s} = 5 \frac{m}{s^2} \hat{i} - 2 \frac{m}{s^2} \hat{j}$$

Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño es decir, tiende a cero, el cociente anterior tiende a la aceleración instantánea.

Dado que la velocidad es un vector, puede variar tanto su módulo como su dirección. La variación de cualquiera de ellos, módulo o dirección, dará lugar a una aceleración que dé cuenta de ello.

Si la velocidad varía en módulo pero no en dirección, la trayectoria del móvil es rectilínea. En cambio si varía en dirección pero no en módulo, la trayectoria de la partícula es circular.

Y en el caso en que la velocidad varíe en módulo y dirección, la trayectoria de la partícula será curvilínea.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS



Situaciones Problemáticas

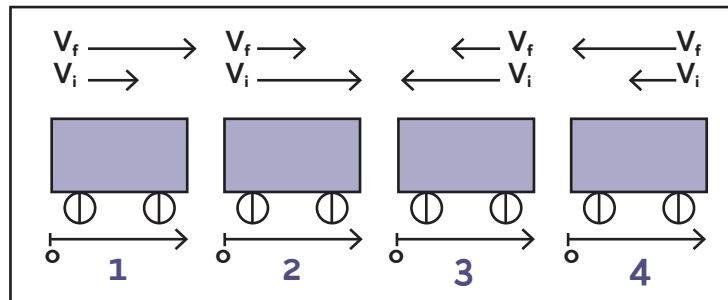
- 5) Un auto viaja 90 m hacia el norte en 15 s. Luego se da vuelta y recorre 40 m con rumbo sur en 5 s. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad media del auto durante este intervalo 20 s?
 - a) 2,5 m / s
 - b) 5,0 m / s
 - c) 6,5 m / s
 - d) 7,0 m / s

- 6) En los siguientes objetos en movimiento, indicá qué elemento/s de la velocidad varía/n:
 - a) El caballito de una calesita.
 - b) Un coche en una ruta recta.
 - c) Un transeúnte.

- 7) La figura muestra un vagón moviéndose entre dos estaciones, donde V_i y V_f indican las velocidades del mismo en el instante inicial (t_i) y en el

instante final (t_f). Si se elige el origen del sistema de coordenadas en 0:

- Da los signos de la velocidad inicial y final y los de la aceleración media en cada caso.
- Proponé dos Situaciones diferentes a las anteriores. Por ejemplo: posición negativa con V_i y V_f de diferente sentido.



TIPOS DE MOVIMIENTO

El movimiento de un móvil puede clasificarse teniendo en cuenta distintos criterios, que pueden ser, la forma de la trayectoria o la variación de la velocidad en el tiempo.

Teniendo en cuenta la forma de la trayectoria, el movimiento puede ser:

- Rectilíneo.* La posición del móvil con respecto al sistema de coordenadas elegido queda definida por una sola coordenada.
- Curvilíneo.* Según el movimiento se produzca en el plano o en el espacio, la posición del móvil queda definida por dos o tres coordenadas respectivamente.

A su vez la trayectoria puede ser una curva abierta o cerrada, en el plano o en el espacio.

Teniendo en cuenta la constancia o no de la velocidad en el tiempo, el movimiento puede ser:

- Uniforme.* La velocidad del móvil se mantiene constante en dirección y sentido durante el intervalo de tiempo que dure el movimiento.
- Variado.* La velocidad cambia en el tiempo debido a la variación de la rapidez (módulo de la velocidad), de la dirección o de ambos. De acuerdo

a que la velocidad varíe en cantidades iguales en los mismos intervalos de tiempo o no, el movimiento es uniformemente variado o variado respectivamente.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Supongamos que yendo por una ruta vemos que adelante, a unos 15 m tenemos un camión de 22 m de largo, según leemos en su parte trasera, y unos 20 m más delante de él, vemos otro camión igual, ambos a 80 km/h. No viene nada de frente en sentido contrario y los vamos a pasar. Mientras tanto nos despierta la curiosidad. ¿Cuántos metros de ruta necesitamos para pasarlos a ambos, a 130 km/h?

Antes, debemos adquirir el lenguaje necesario para hacer las descripciones y resoluciones analíticas adecuadas que nos faciliten el tema.

Comencemos por el caso más simple de todos: un objeto se mueve en línea recta y siempre a la misma velocidad (o sea manteniendo la misma intensidad, dirección y sentido). Se trata de un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.).

Como se trata de un movimiento en una dimensión, es conveniente elegir siempre el origen del sistema coordinado sobre la misma recta de la trayectoria, y sobre ella apoyar el eje x . Así, todas las magnitudes vectoriales (velocidad, posición, desplazamiento) quedan sobre esa misma recta y se facilita la descripción matemáticamente.

La posición instantánea quedará definida sólo con la coordenada x_t que nos indicará la distancia al origen y con su signo hacia qué lado del origen se encuentra el móvil, y un desplazamiento para un intervalo será Δx . Así, la velocidad quedará definida como:

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

No es necesario aclarar si es una velocidad instantánea, inicial, final, media, ya que estamos considerando el hecho de un movimiento con velocidad constante, por lo que es única y siempre la misma, cualquiera sea el intervalo que se considere, sea pequeño o largo.

A MODO DE EJEMPLO

• *Enunciado*

1.- *Calculá la velocidad de un tren que recorre 400m con MRU durante 50 segundos.*

• Resolución

$$V = \frac{400 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

• Enunciado

2.- Expresá una velocidad de 72 km/h en m/s

• Resolución

Para ello recordamos que en 1h hay 60 minutos, y en cada minuto 60 segundos, por lo tanto en 1h tenemos 3600s.

$$V = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS



Situación Problemática

- 8) Un avión de Aerolíneas Argentinas vuela a 300 km/h, mientras que un avión de LAN Chile está volando a 1200 km/h. Ambos aviones están volando a la misma altitud y deben dejar caer un paquete. ¿En qué lugar de la Tierra caerán los paquetes con respecto a los aviones que los transportaban? Dibujá la trayectoria de los paquetes

Ecuación horaria del MRU

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS



Situación Problemática

- 9) Una partícula realiza un movimiento rectilíneo como se detalla en la siguiente tabla:

POSICIÓN (metros)	TIEMPO (segundos)
0	0
100	2,3
200	4,6

300	6,9
400	9,2
500	11,5

- Representá en un par de ejes coordenados cartesianos la posición en función del tiempo.
- Calculá la pendiente de la recta.
- ¿Qué representa dicha pendiente?

Este movimiento, como todos, tiene una ley que lo representa o describe matemáticamente. Se llama ecuación horaria del MRU, y se obtiene a partir de la definición de la velocidad:

Sabemos que Δx indica el desplazamiento. Consideremos la posición final x_t no como una última, sino como una posición no fija, que va cambiando, para así poder llegar a la ley general. La posición inicial x_0 puede ser cualquier posición conocida en un determinado instante también conocido t_0 . De esa forma, genéricamente un desplazamiento es:

$$\Delta x = x_t - x_0$$

Reemplazando en la expresión de la velocidad queda:

$$V = \frac{x_t - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x , obtenemos la ecuación horaria del MRU:

$$x_t = x_0 + V(t - t_0)$$

La posición x y el tiempo t se hallan relacionados linealmente. Si se grafica la posición en función del tiempo en un sistema de ejes cartesianos x - y , colocaremos la posición del móvil para cada instante de tiempo sobre el eje de las y (ordenadas) y el tiempo correspondiente sobre el eje de las x (abscisas). La representación gráfica obtenida es una recta cuya pendiente es la velocidad.

A MODO DE EJEMPLO

• *Enunciado*

Un automóvil viaja por una ruta rectilínea con velocidad constante. A las 14:30h pasa por el punto en que la indicación es kilómetro 220. A las 16:50h pasa por el kilómetro 350.

a) Escribí y graficá la función que describe el movimiento.

b) Escribí el sistema de ecuaciones que permite determinar la velocidad y la hora a la que el automóvil pasa por el kilometro 415.

• Resolución

1. Realizó una lectura del enunciado varias veces hasta comprenderlo.

2. Identificá los dato/s.

Trayectoria: rectilínea.

Velocidad: constante.

A las 14:30hr pasa por el punto indicado con el letrero km 220

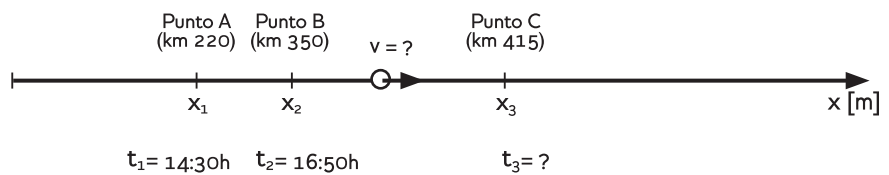
A las 16:50hr pasa por el punto indicado con el letrero km 350.

3. Identificá las incógnita/s.

a) Función que describe el movimiento.

b) Sistema de ecuaciones.

4. Realizó un esquema.



El momento en el que el móvil comienza su recorrido debe ser considerado como momento a partir del cual se comienza a medir el tiempo, es decir que cuando el cronómetro indica 0 h, el móvil se encuentra en el origen de coordenadas.

5. Planteo de la ecuación matemática que describe el fenómeno físico.

$x(t) = x_0 + v.(t-t_0)$ tal que t_0 es el momento en el que el móvil se encuentra en el punto x_0 , es decir que $x(t_0) = x_0$

6.- Desarrollo matemática para dar respuesta al problema físico.

$x(t) = x_0 + v.(t-t_0)$ función que describe el movimiento

$$\begin{cases} x(14:30) = x_0 + v(14,50 h - 0) \\ x(16:50) = x_0 + v(16,83 h - 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 220 \text{ km} = x_0 + v(14,50 \text{ h} - 0) \\ 350 \text{ km} = x_0 + v(16,83 \text{ h} - 0) \end{cases}$$

La resolución matemática de este sistema da como resultado $v = 55,31 \text{ km/h}$ y $x_0 = -582 \text{ km}$. Se deben discutir los resultados matemáticos obtenidos, para darle una interpretación física.

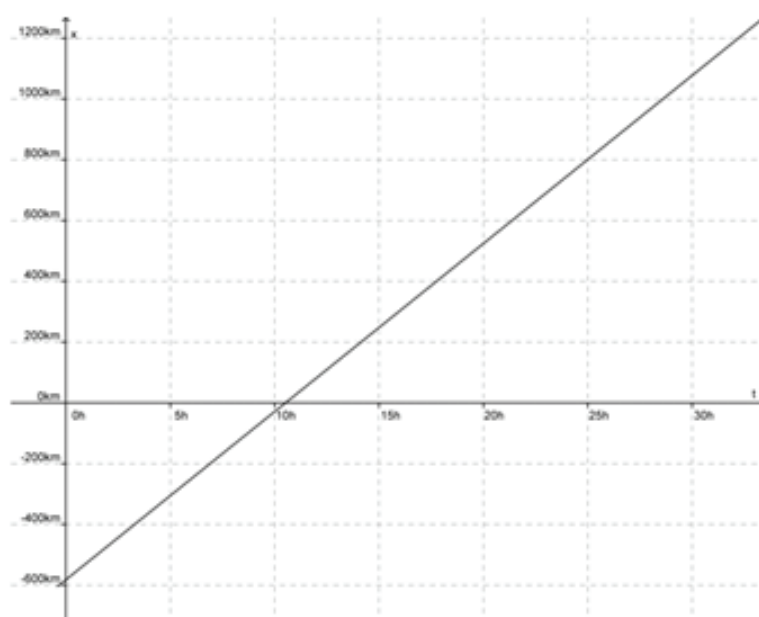
Para calcular en qué momento el móvil se encuentra en el km 415, se debe

$$x(t_1) = -582 \text{ km} + 55,31 \frac{\text{km}}{\text{h}} (t_1 - 0)$$

$$415 \text{ km} = -582 \text{ km} + 55,31 \frac{\text{km}}{\text{h}} (t_1 - 0)$$

Siendo el resultado de 18 h.

Vamos a realizar el gráfico de la ecuación horaria utilizando el GeoGebra.



• Enunciado

Valentina pasa al lado de una estatua en bicicleta, a 150 m/min , va hacia un árbol donde la espera Franco, ubicado a 1800 m . Dos minutos después, Franco llega caminando al árbol a 60 m/min , divisa a Valentina y va a su encuentro continuando a la misma velocidad.

- Escribí las ecuaciones horarias.
- Hallá dónde y cuándo se encuentran.
- Representá gráficamente para ambos la posición en función del tiempo.

• Resolución

1.- Primero entendamos el hecho físico sobre un esquema, eligiendo un sistema de coordenadas que puede ser la estatua como origen y el eje x positivo hacia el árbol.



2.- Es necesario también establecer un origen para los tiempos, aclarar desde cuándo se empieza a contar el tiempo para el análisis de la situación planteada. Lo podemos considerar en el instante en que Valentina pasa frente a la estatua. Ambos tienen movimientos rectilíneos y uniformes. Para armar sus ecuaciones horarias debemos identificar valores conocidos, todos ellos con respecto al sistema de coordenadas.

$$\text{Valentina} \begin{cases} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ v = 150 \text{ m/min} \end{cases}$$

$$\text{Franco} \begin{cases} x_0 = 1800 \text{ m} \\ t_0 = 2 \text{ min} \\ v = -60 \text{ m/min} \end{cases}$$

$$x_V = 150 \text{ m/min } t$$

$$x_F = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min}(t - 2 \text{ min})$$

Estas son las leyes de los movimientos, válidas para distintos valores del tiempo, la de Valentina desde 0 minutos, y la de Franco desde 2 minutos en adelante.

3.- La condición para que se encuentren debe ser que lo hagan en el mismo instante, (tiempo de encuentro), y en el mismo lugar (la misma coordenada). Es decir, se debe dar coincidencia y simultaneidad.

Condición de encuentro:

$$150 \frac{\text{m}}{\text{min}} t_E = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min}(t_E - 2 \text{ min})$$

Resolviendo la ecuación nos queda $t_E = 9,14 \text{ min} = 9 \text{ min } 8\text{s}$.

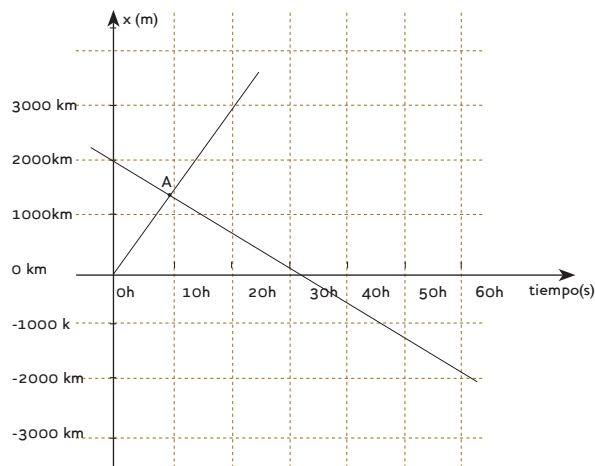
Para obtener la posición de encuentro, reemplazamos el valor del tiempo en alguna de las ecuaciones. Nos daría el mismo resultado con cualquiera de ellas, ya que el t_E se obtuvo de igualarlas.

$$x_e = 150 \text{ m/min} \cdot 9,14 \text{ min} = 1371 \text{ m}$$

Se encuentran a los 9 minutos aproximadamente. ¿Después de qué? Después de que Valentina pasara por la estatua, y a 1371 m de ese lugar.

Así como se adaptan las ecuaciones a un dado sistema de coordenadas, todo valor que se obtenga utilizándolas, resulta medido desde el mismo sistema, o sea, desde los mismos orígenes considerados para escribirlas.

4.- Para representar ambas ecuaciones vamos utilizar nuevamente el GeoGebra.



El punto de intersección de ambas rectas indica el instante y la posición de encuentro.

SITUACIONES
PROBLEMÁTICAS



Situaciones Problemáticas

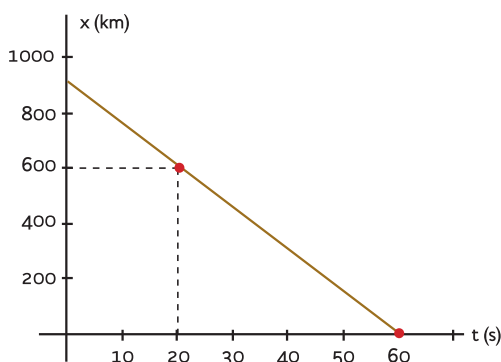
10) Un automóvil viaja desde Buenos Aires hacia Córdoba con una velocidad de 70 km/h, con movimiento uniforme. A las 8 de la mañana está a 200 km de Buenos Aires. Calculá:

a) A qué hora partió de Buenos Aires.



b) A qué distancia de Buenos Aires estará a las 11 de la mañana.

11) El gráfico de la figura representa la posición de una partícula en función del tiempo.



a) ¿Hacia dónde se desplaza?

b) ¿Con qué rapidez se está moviendo?

c) ¿Cuál es su velocidad?

d) ¿Cuál es la ecuación que describe cómo varía la posición con el tiempo?

e) Calculá la posición a los 10 segundos de iniciado el movimiento.

f) Calculá en qué instante pasa por la posición $x = 300$ m.

g) Graficá velocidad vs. tiempo.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

El caso particular en el cual el módulo de la velocidad cambia en el tiempo en cantidades iguales y por lo tanto la aceleración es constante se denomina movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

Para cada situación elegiremos convenientemente el sistema coordenado ubicando el eje x sobre la misma recta donde se desplaza.

Este movimiento responde a sus propias leyes o ecuaciones horarias, que son dos: la que rige la velocidad en función del tiempo, que nos indica cómo va cambiando la velocidad a medida que transcurre el tiempo, y la de la posición en función del tiempo:

$$v = v_0 + a (t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + 1/2 a (t - t_0)^2$$

Donde x_0 indica la posición inicial de la partícula y v_0 la velocidad inicial con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante inicial t_0 en que comienza a medirse el tiempo.

Cada una de las ecuaciones indica cómo se relacionan entre sí dos variables.

Estas leyes encierran las infinitas posibles posiciones y velocidades que puede ir teniendo el móvil a medida que transcurre el tiempo.

Leyendo esas expresiones tenemos que ser capaces de calcular un valor de cualquiera de las magnitudes que figuran como variables dadas la otra, en cada una de esas ecuaciones; predecir velocidades, coordenadas futuras, o instantes en los que ocupa una posición o tiene una determinada velocidad; graficar la velocidad en función del tiempo, lo que simbolizamos $v = f(t)$ y posición en función del tiempo, es decir $x = f(t)$ y descubrir en cada uno de los gráficos, qué otras magnitudes se encuentran, además de las que figuran en los ejes.

Debe también ser posible a partir de los gráficos como información inicial, deducir la interpretación completa de cómo se mueve el objeto, y escribir las expresiones matemáticas que lo describen.

CONSEJOS ÚTILES

Es importante que comprendas la diferencia existente entre ecuación y función temporal de magnitudes cinemáticas.

Dedica un tiempo a la interpretación de las gráficas de las funciones posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y a la realización de las mismas.

Es común, que en varios sitios de Internet se encuentren apuntes que usen como sinónimos sistema de coordenadas y sistema de referencia.

A MODO DE EJEMPLO

• *Enunciado*

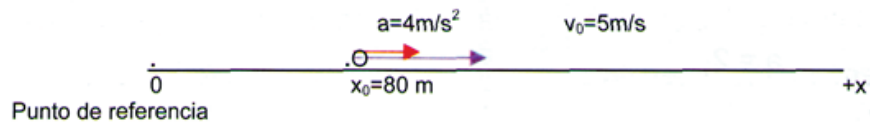
El movimiento de un móvil está dado por las siguientes leyes:

$$v = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2(t - 10 \text{ s})$$

$$x = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s}(t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2(t - 10 \text{ s})^2$$

• Resolución

Vemos en las ecuaciones dadas, que cuando el reloj indica 10 segundos, el objeto está pasando por una coordenada que está ubicada a 80 m del origen en sentido positivo, a 5m/s moviéndose también positivamente, con una aceleración en ese mismo sentido, de 4 m/s²



Calculemos, por ejemplo para $t = 20$ s, cuál es la velocidad y la coordenada en ese instante. Para ello reemplazamos el tiempo y resolvemos:

$$V_{20s} = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2(20s - 10 \text{ s}) = 45 \text{ m/s}$$

$$x_{20s} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (20s - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (20s - 10 \text{ s}) = 330 \text{ m}$$

También podemos investigar en qué instante su velocidad toma un valor en particular, por ejemplo 40 m/s:

$$40 \text{ m/s} = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 (20s - 10 \text{ s})$$

Resolviendo la ecuación nos da un tiempo de 18,75 s.

Si queremos saber en qué instante pasa por la coordenada $x = 400$ m:

$$400 \text{ m} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (t - 10 \text{ s})^2$$

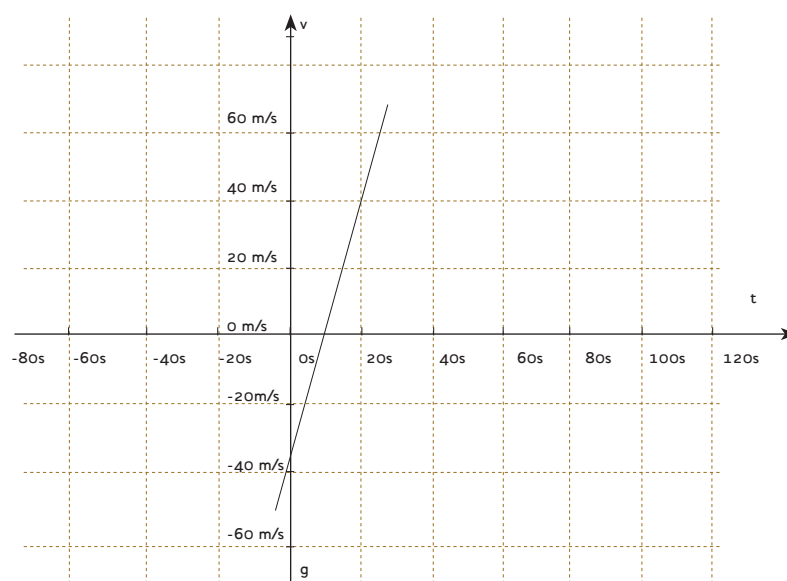
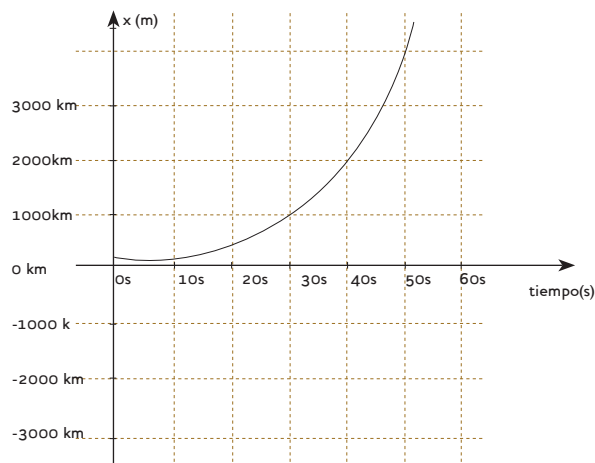
Esto nos lleva a resolver una ecuación cuadrática, que nos da dos resultados:

$$t_1 = 21,46 \text{ s}$$

$$t_2 = -3,96 \text{ s}$$

A t_2 lo descartamos por ser un tiempo negativo.

Vamos a realizar las graficas en función del tiempo:



• *Enunciado*

Una moto pasa por un punto A, a 15 m/s, acelerando a 2 m/s^2 hacia otro punto B, que se encuentra a 600 m. Cinco segundos más tarde pasa otra moto por B a 3 m/s, acelerando a 4 m/s^2 . Hallá:

- a) *Dónde y cuándo se cruzan.*
- b) *La velocidad de cada una en ese instante.*
- c) *Representá para ambas $x = f(t)$ en un mismo gráfico.*

• *Resolución*

Vamos a elegir un sistema de coordenadas ubicando el origen en A y positivo hacia B. Las ecuaciones horarias de ambas motos serán:

$$X_1 = 15 \text{ m/s } t + 1 \text{ m/s}^2 t^2$$



$$V_1 = 15 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 t$$

$$x_2 = 600 \text{ m} - 3 \text{ m/s} (t - 5\text{s}) - 2 \text{ m/s}^2 (t - 5\text{s})^2$$

$$v_2 = -3 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s}^2 (t - 5\text{s})$$

Para responder a) Se debe cumplir la condición de que $x_1 = x_2$

$$15\text{m/st} + 1 \text{ m/s}^2 t^2 = 600 \text{ m} - 3 \text{ m/s} (t - 5\text{s}) - 2 \text{ m/s}^2 (t - 5\text{s})^2$$

Operando matemáticamente, se obtiene una cuadrática que da como resultado

$t_{E1} = 14,06\text{s}$ y $t_{E2} = -13,4\text{s}$ El segundo valor se descarta por ser negativo.

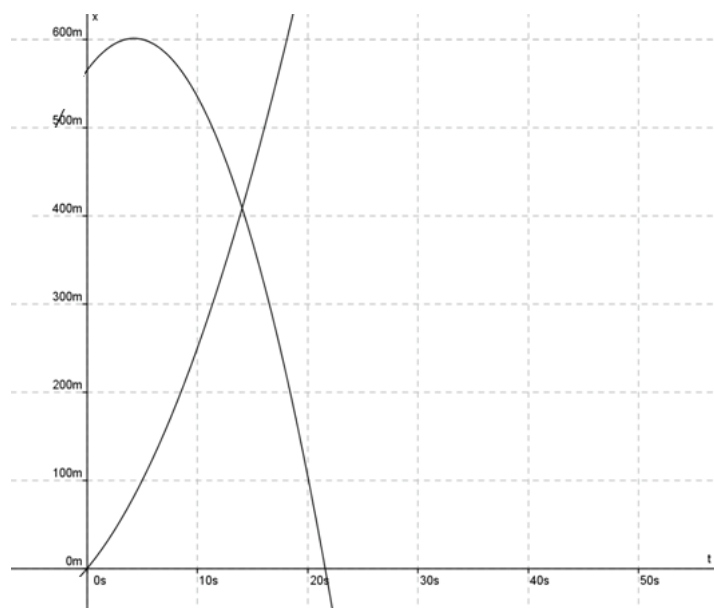
Luego se reemplaza el primer valor en alguna de las ecuaciones de la posición y en las de la velocidad, obteniendo:

$$x_E = 408,58\text{m}$$

$$V_{1E} = 43,12 \text{ m/s}$$

$$V_{2E} = -39,24 \text{ m/s}$$

Finalmente, se gráfica, obteniendo:

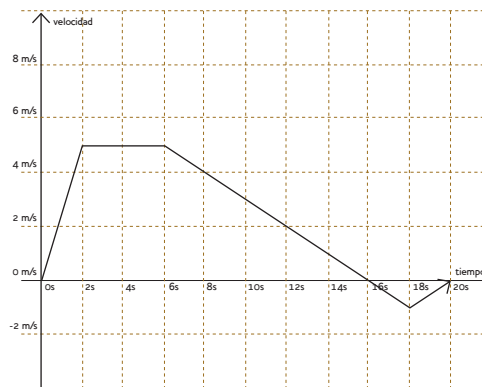


SITUACIONES
PROBLEMÁTICAS

Situaciones Problemáticas

12) A partir del gráfico que representa la variación de la velocidad de una partícula en función del tiempo, indicá:

- Los instantes en los cuales la partícula está quieta.
- Los intervalos de tiempo en los que se desplaza a velocidad constante.
- Los intervalos de tiempo en los que la partícula se aleja o se acerca al punto de partida.
- Los intervalos de tiempo en los que aumenta su velocidad o la disminuye.
- La distancia que recorre mientras se aleja y mientras se acerca al punto de partida. ¿Vuelve a pasar por el mismo punto?



13) Un auto acelera desde el reposo con aceleración constante de 8m/s^2 en línea recta.

- ¿Con qué velocidad marchará a los 10s?
- ¿Cuánto habrá recorrido en 10s?

14) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una velocidad inicial de 5m/s y una aceleración constante de 2m/s^2 . Cuando su velocidad sea de 25m/s ¿Cuánto camino habrá recorrido?

15) Un objeto que se desplaza en línea recta con aceleración constante tiene una velocidad de 10m/s cuando está en $x = 6\text{m}$ y $v = 15\text{m/s}$ cuando está en $x = 10\text{m}$ ¿Cuál es su aceleración?



16) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una aceleración constante de 4m/s^2 . Su velocidad es de 1m/s cuando $t = 0$, en cuyo instante está en $x = 7\text{m}$ ¿Con qué velocidad y en qué momento se halla a 8m de su punto de partida?

17) ¿Cuánto tiempo tardará una partícula que se desplaza en línea recta en recorrer 100m si parte del reposo y acelera a 10m/s^2 ? ¿Cuál será su velocidad cuando haya recorrido 100m ?

18) Un tren se mueve a lo largo de una vía recta con una velocidad de 180 km/h . Al aplicar los frenos su aceleración de frenado es de 2 m/s^2 .

Suponiendo que la aceleración permanece constante, ¿a qué distancia de una estación el maquinista deberá aplicar los frenos para que el tren se detenga en ella? ¿Cuánto tardará el tren en detenerse?

19) El maquinista de un tren de pasajeros que lleva una velocidad de 30 m/s ve un tren de cargas cuyo último vagón se encuentra 180 m por delante en la misma vía. El tren de cargas avanza en el mismo sentido que el de pasajeros, con una velocidad de 9 m/s . El maquinista del tren de pasajeros aplica inmediatamente los frenos produciendo una aceleración constante de $1,2\text{ m/s}^2$ mientras que el otro tren continúa su marcha a velocidad constante. ¿Chocarán ambos trenes?

20) Un pasajero corre a 4 m/s para alcanzar un tren. Cuando está a una distancia d , el tren arranca con aceleración constante $a = 0,4\text{ m/s}^2$ alejándose del pasajero.

a) Si $d = 12\text{ m}$ y el pasajero sigue corriendo a velocidad constante, ¿llegará a alcanzar al tren?

b) Realizá un gráfico de la función posición $x(t)$, escogiendo $x = 0\text{ m}$ en $t = 0\text{ s}$ correspondiente al tren. En el mismo gráfico dibujá la función $x(t)$ correspondiente al pasajero, para $d = 12\text{ m}$.

c) Hallá el valor crítico d_c , para el cual el pasajero alcanza justamente el tren.

d) Para el valor crítico d_c , ¿cuál es la velocidad del tren cuando el pasajero lo alcanza?

RECURSOS

Para visualizar animaciones

<http://www.meet-physics.net/David-Harrison/castellano/ClassMechanics/MotionDiagram/MotionDiagram.html>

<http://www.meet-physics.net/David-Harrison/castellano/ClassMechanics/DisplaceDistance/DisplaceDistance.html>

Para visualizar simulaciones (en inglés)

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?board=1.0>

Para profundizar contenidos

<http://www.portalprogramas.com/gratis/libros-fisica-5-secundaria>

<http://www.educaplus.org/movi/index.html><http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinemática/cinemática.htm>

Museo virtual con colecciones mundiales de instrumentos y material de laboratorio a lo largo de la historia:

<http://www.mhs.ox.ac.uk/visit/virtual-tour/>

Para realizar simulaciones

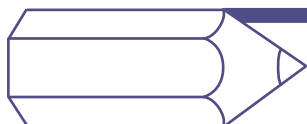
<http://escritoriocentres.educ.ar/datos/878.html>

<http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Animaciones/Animaciones03.htm>

PARA PROFUNDIZAR Y AFIANZAR CONTENIDOS SE RECOMIENDA LA SIGUIENTE BIBLIOGRAFÍA:

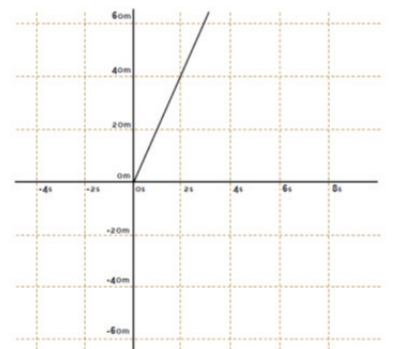
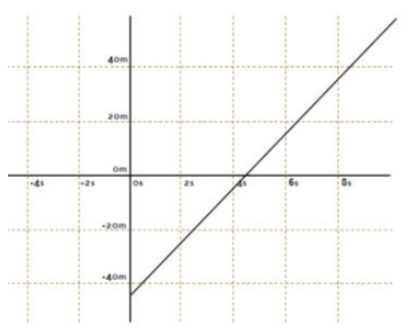
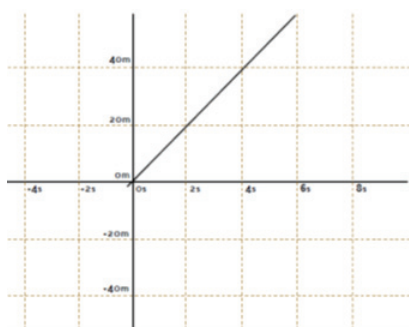
- Aristegui, R. y otros (1999). Física I. Energía. Mecánica. Termodinámica. Electricidad. Ondas. Nuclear. Santillana Polimodal. Buenos Aires.
- Bosack, A. (2001). Físico Química Activa. Carpeta de aplicaciones polimodal. Puerto de Palos S.A. Buenos Aires.
- Heinemann, A. (1985). Física: Mecánica, Fluidos, Calor. Ángel Estrada y Cía. S.A. Buenos Aires
- Lemarchand, G. (2001). Física Activa. Carpeta de aplicaciones polimodal. Puerto de Palos S.A. Buenos Aires
- Maiztegui, A. y otros (2001). Nociones de Física y Química. Kapelusz Editora. Buenos Aires.

- Rela, A.- Sztrajman, J. (1998). Física I. Mecánica, Ondas y Calor. Aique Grupo Editor. Buenos Aires.
- Rubinstein, J.; Tinganelli, H. (2003). Física I: La energía en los fenómenos físicos. Estrada Polimodal. Buenos Aires.
- Serway, R.; Faughn, J. (2001). Física. 5ta Edición. Pearson Educación. México.



PARA SEGUIR PENSANDO

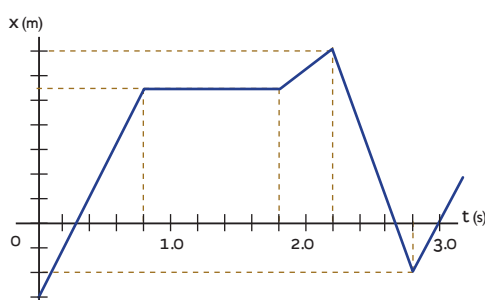
1. Un hombre camina 2 km hacia el norte, 3 km hacia el este y luego una distancia desconocida en una dirección desconocida (vector desplazamiento) y se encuentra 10 km al sur de donde partió. Encontrá las componentes de \vec{A} , además de su módulo, dirección y sentido. Realizá un gráfico de la situación planteada.
2. Una partícula está en un punto $x = 5\text{m}$ en el instante $t = 3\text{ s}$ y se mueve con una velocidad constante de 10m/s en línea recta. Dibujá la posición de la partícula con respecto al tiempo.
3. Las siguientes gráficas corresponden a movimientos rectilíneos. ¿Cuál de las partículas se mueve más rápido? ¿Por qué?



4. Un objeto que se mueve en línea recta con una velocidad de 10 m/s disminuye su velocidad en forma constante hasta que alcanza el reposo a los 4 segundos de iniciado el movimiento.
 - a) Representá en un gráfico cartesiano la velocidad en función del tiempo.
 - b) Escribí la ecuación que describe cómo varía la posición en función del tiempo transcurrido.
 - c) Realizá un gráfico que represente la posición en función del tiempo.
5. Horacio viaja por una ruta recta a 120 km/h (máxima permitida), cuando al pasar por el km 85 escucha por radio que un piquete cortará la ruta dentro de 15 minutos, en el km 110. ¿Podrá pasar

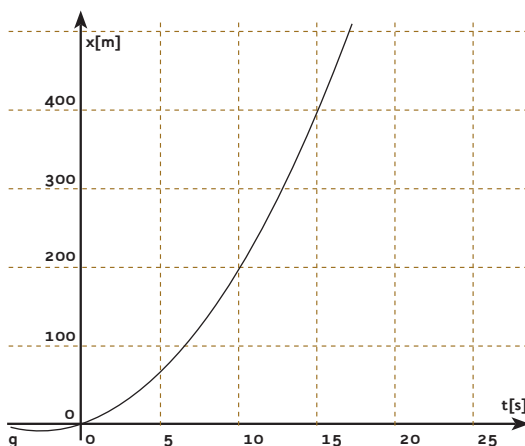
antes de que le cierren el paso?

6. Un móvil parte del reposo desplazándose en línea recta con una aceleración de 4 m/s^2 . ¿Qué velocidad tendrá a los 8 s de iniciado el movimiento? Graficá la variación de la velocidad con el tiempo.
7. La velocidad de un tren, que se desplaza sobre vías rectas, se reduce de 12 m/s a 5 m/s . Sabiendo que durante ese tiempo recorre 100 m , calculá la aceleración.
8. Un objeto se mueve en línea recta, partiendo del reposo, con una aceleración constante de 8 m/s^2 . Calculá:
 - a) La velocidad a los 5 s de iniciado el movimiento.
 - b) La distancia recorrida en ese tiempo.
9. La velocidad de un vehículo aumenta uniformemente desde 15 km/h hasta 60 km/h en 20 s. Calculá:
 - a) La aceleración del vehículo en m/s^2
 - b) La distancia (en m) recorrida durante ese tiempo.
10. Un automovilista viaja hacia el norte durante 35 min a 85 km/h y luego se detiene durante 15 min. Después continúa hacia el norte, recorriendo 130 km en 2 h.
 - a) ¿Cuál es su desplazamiento total?
 - b) ¿Cuál es su velocidad promedio?
11. La posición de un objeto en función del tiempo que se mueve a lo largo del eje x se muestra en la figura.
 - a) Indicá si el movimiento tiene sentido positivo o negativo.
 - b) ¿Cuándo aumenta y cuándo disminuye su velocidad?
 - c) ¿Cuándo es nula la velocidad?
 - d) Realizá una gráfica de la velocidad en función del tiempo.

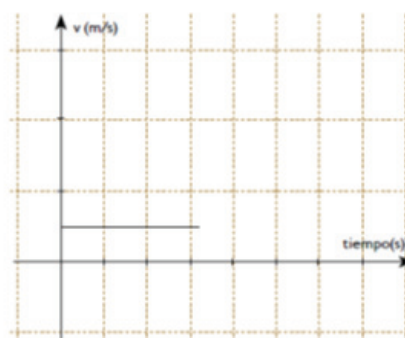
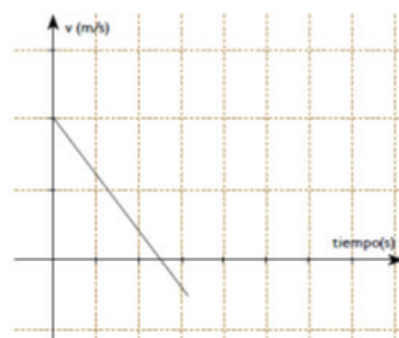
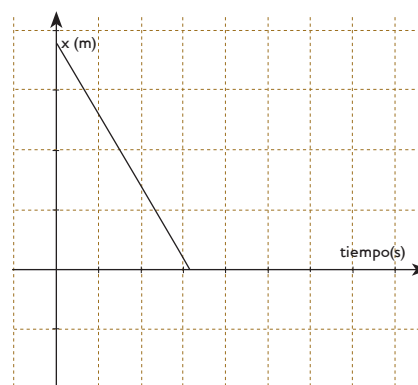
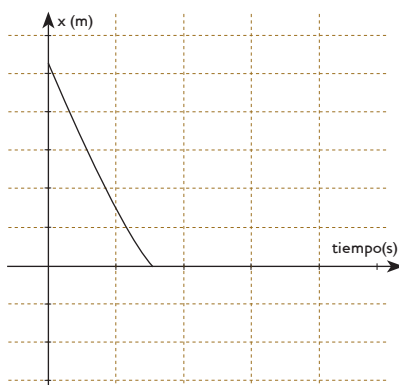


12. Un objeto empieza a moverse con velocidad inicial de 3 m/s en línea recta y una aceleración constante de 4 m/s^2 en el sentido opuesto a la velocidad. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo y la distancia recorrida a los 7 s de iniciado el movimiento?
13. Una partícula se desplaza en línea recta. En el gráfico se muestra

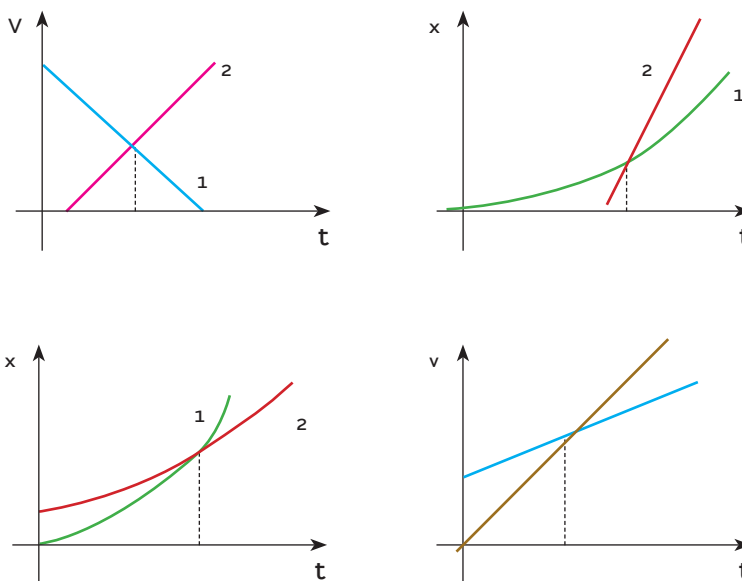
la variación de su posición con el tiempo. Escribí las ecuaciones horarias del movimiento.



14. ¿Qué conclusiones acerca del movimiento se pueden obtener a partir de los siguientes gráficos?



15. ¿Cuáles de los siguientes gráficos representan un encuentro entre dos móviles moviéndose en líneas paralelas? Justificá.



16. Un automóvil que viaja con velocidad constante de 34 m/s por una ruta recta pasa al lado una patrulla de tránsito estacionada a un lado de la carretera. En ese mismo instante, la patrulla comienza a perseguir al infractor desarrollando una aceleración constante de $3,5 \text{ m/s}^2$.

- a) ¿Cuánto tiempo demora en alcanzarlo?
- b) Calculá la distancia recorrida en ese lapso.